

بسم الله الرحمن الرحيم

کلاس نکته و تست
نظریه زبان ها و ماشین ها

ابوالفضل گیلک

جلسه دهم – فصل پنجم
تست های 13 الی 40
زبان های مستقل از متن

حل تست های 15 سال اخیر

ارشد – دکتری

مهندسی کامپیوتر – علوم کامپیوتر

فصل 5

زبان‌های مستقل از متن

تست‌های 13 الی 40

13- کدام زبان را نمی‌توان با یک گرامر مستقل از متن که تنها دارای یک متغیر است تولید کرد؟ (علوم کامپیوتر - 91)

$$0^* + 1^* \quad (2)$$

$$0^* 1^* \quad (1)$$

$$\{x \mid \text{تعداد صفرهای } x \text{ با تعداد یک‌های آن برابر است}\} \quad (4)$$

$$\{0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}\} \quad (3)$$

14- زبان مستقل از متن $\{0^n 1^m \mid m, n \geq 0, m \neq n\}$ را در نظر بگیرید و قرار دهید:

$$r = \min\{|V(G)| \mid G \text{ یک گرامر مستقل از متن برای زبان } L \text{ است}\}$$

که در آن $|V(G)|$ تعداد متغیرهای گرامر G است. آن‌گاه:

(علوم کامپیوتر - 91)

$$r > 3 \quad (4)$$

$$r = 3 \quad (3)$$

$$r = 2 \quad (2)$$

$$r = 1 \quad (1)$$

15- زبان دو گرامر زیر را بر روی مجموعه حروف $\Sigma = \{x, y\}$ در نظر بگیرید:

$$G_1 : S \rightarrow xSy$$

$$G_2 : S \rightarrow xSy$$

$$S \rightarrow SS$$

$$S \rightarrow xyxSy$$

$$S \rightarrow \lambda$$

$$S \rightarrow \lambda$$

(علوم کامپیوتر - 90)

کدام گزینه صحیح است؟

$$L(G_1) \subseteq L(G_2) \quad (2)$$

$$L(G_2) \subseteq L(G_1) \quad (1)$$

$$L(G_1) \not\subseteq L(G_2) \wedge L(G_2) \not\subseteq L(G_1) \quad (4)$$

$$L(G_2) \subseteq L(G_1) \wedge L(G_1) \subseteq L(G_2) \quad (3)$$

16- گرامر G را در نظر می‌گیریم و زبان آن را L می‌نامیم. رشته‌های w_1 و w_2 با تعریف زیر را در نظر می‌گیریم. کدام گزاره

(مهندسی کامپیوتر - 88)

صحیح است؟

$$G : S \rightarrow aSd \mid bB$$

$$w_1, w_2 \in L \quad (1)$$

$$D \rightarrow dS \mid a$$

$$w_1, w_2 \notin L \quad (2)$$

$$B \rightarrow bB \mid \epsilon$$

$$w_2 \notin L, w_1 \in L \quad (3)$$

$$w_1 = a^{10} b a^7 b d b^{10} d$$

$$w_1 \notin L, w_2 \in L \quad (4)$$

$$w_2 = a^{10} b^9 a^{10} d$$

(علوم کامپیوتر - 88)

17- اگر $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ آن‌گاه زبان L^* را می‌توان با کدام گرامر توصیف کرد؟

$$\begin{aligned} S &\rightarrow SS \mid A \\ A &\rightarrow aAb \mid ab \end{aligned} \quad (4)$$

$$S \rightarrow aSb \mid \lambda \quad (3)$$

$$S \rightarrow aS \mid bS \mid \lambda \quad (2)$$

$$\begin{aligned} S &\rightarrow SA \mid \lambda \\ A &\rightarrow aAb \mid \lambda \end{aligned} \quad (1)$$

(مهندسی کامپیوتر - 86)

18- زبان گرامر G کدام است؟

$$G : S \rightarrow aAb \mid bBa \mid bCa$$

$$a^{2k+2} b^{k+1} \cup b^+ a^+, k \geq 0 \quad (1)$$

$$A \rightarrow aaAb \mid ab$$

$$a^{2k} b^k \cup (ba)^* a, k \geq 0 \quad (2)$$

$$B \rightarrow bBa \mid a$$

$$a^{k+1} b^k \cup b^p a^p, p \geq 1, k \geq 2 \quad (3)$$

$$C \rightarrow aC \mid bC$$

$$a^2 a^{2k} b^k b^2 \cup b^p a^{p+1}, k \geq 0, p \geq 1 \quad (4)$$

- 19- کدام گزاره در مورد زبان $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 1, k \leq \max(i, j)\}$ نادرست است؟ (علوم کامپیوتر - 87)
- (1) L یک زبان مستقل از متن است.
 (2) L یک زبان حساس به متن است.
 (3) L مستقل از متن نیست ولی حساس به متن است.
 (4) L زبان یک اتوماتون قطعی نامتناهی روی $\{a, b, c\}^*$ است.

- 20- کدام گزاره در مورد گرامر زیر درست است؟ (علوم کامپیوتر - 86)
- $G: S \rightarrow SS \mid (S) \mid \lambda$
- (1) G با گرامر $[G': S \rightarrow S(S) \mid \lambda]$ معادل است.
 (2) G با گرامر $[G'': S \rightarrow S(SS) \mid \lambda]$ معادل نیست.
 (3) زبان G مستقل از متن نیست.
 (4) زبان G منظم است.

- 21- فرض کنید $L \subseteq \Sigma^*$ و $\tilde{L} = \{xz \mid \exists y \quad xyz \in L, |x|=|y|=|z|\}$ ، آن‌گاه کدام گزینه صحیح است؟ (علوم کامپیوتر - 88)
- (1) اگر L یک زبان مستقل از متن باشد آن‌گاه $\tilde{L}$ منظم است.
 (2) $\tilde{L}$ همواره مستقل از متن است.
 (3) اگر L یک زبان منظم باشد آن‌گاه $\tilde{L}$ مستقل از متن است.
 (4) اگر L یک زبان منظم باشد آن‌گاه $\tilde{L}$ نیز منظم است.

- 22- کدام گزاره در مورد گرامر زیر با مجموعه متغیرهای $\{S, A, B\}$ و الفبای $\{0, 1\}$ صحیح نیست؟ (علوم کامپیوتر - 84)
- $G: S \rightarrow 0B \mid A$
 $A \rightarrow 1A \mid S$
 $B \rightarrow 1S \mid 1$
- (1) تعداد 1ها در هر کلمه که توسط این گرامر تولید شود از تعداد 0ها کمتر نیست.
 (2) هر کلمه که توسط این گرامر تولید شود حتماً به صورت $w01$ است که $w \in \{0, 1\}^*$
 (3) طول هر کلمه که توسط این گرامر تولید شود حداقل 2 است.
 (4) زبان این گرامر مستقل از متن است ولی منظم نیست.

- 23- گرامر مستقل از متن G به شرح زیر مفروض است: (مهندسی کامپیوتر - 82)
- $S \rightarrow \lambda \mid AB$
 $A \rightarrow S \mid 1A$
 $B \rightarrow S \mid 0B$

زبان $L(G)$ کدام است؟

(1) $L(G) = (1^* 0^* 1^*)^+ \cup \{\lambda\}$
 (2) $L(G) = (1^+ 0^+)^+ \cup \{\lambda\}$
 (3) $L(G) = (1^+ 0 + 01^+)^*$
 (4) $L(G) = (1^+ 0^+ + 0^+ 1^+) \cup \{\lambda\}$

24- گرامرهای G_1 و G_2 را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\begin{array}{ll} G_1 : S \rightarrow AB & G_2 : S \rightarrow AB \\ A \rightarrow xA & A \rightarrow xAy \\ A \rightarrow \lambda & A \rightarrow \lambda \\ B \rightarrow yBz & B \rightarrow zB \\ B \rightarrow \lambda & B \rightarrow \lambda \end{array}$$

(علوم کامپیوتر - 82)

$L = L(G_1) \cap L(G_2)$ برابر است با:

$$\begin{array}{ll} \{x^n y^n z^n \mid n = 0, 1, \dots\} & (2) \\ \{x^m y^n z^m \mid n, m = 0, 1, \dots\} & (4) \end{array} \quad \begin{array}{l} (1) \quad \{x^n y^n z^m \mid n, m = 0, 1, \dots\} \\ (3) \quad \{x^m y^n z^n \mid n, m = 0, 1, \dots\} \end{array}$$

25- مجموعه متغیرهای V و پایانه‌های T مفروضند. زبان L عبارت است از مجموعه تمام قواعد تولید گرامرهای مستقل از متنی که روی V و T تعریف می‌شوند، آن‌گاه L زبانی
(مهندسی کامپیوتر - 81)

- (1) منظم است.
- (2) تصمیم‌ناپذیر است.
- (3) مستقل از متن است ولی منظم نیست.
- (4) تصمیم‌پذیر است ولی مستقل از متن نیست.

(علوم کامپیوتر - 81)

26- زبان توصیف شده به وسیله گرامر G کدام یک می‌باشد؟

$$\begin{array}{ll} G : S \rightarrow aAb \mid aBbb & L(G) = \{a^m b^n \mid m, n \geq 1 \text{ \& } n \neq m \text{ \& } m < n\} \quad (1) \\ A \rightarrow aAb \mid ab & L(G) = \{a^m b^n \mid m, n \geq 0 \text{ \& } n = 2m\} \quad (2) \\ B \rightarrow aBbb \mid abb & L(G) = \{a^k b^k \mid k \geq 2\} \cup \{a^k b^{2k} \mid k \geq 2\} \quad (3) \\ & L(G) = \{b^m a^n \mid m, n \geq 1 \text{ \& } m = 2n\} \quad (4) \end{array}$$

27- با فرض این که S علامت شروع گرامر زیر و λ نمایانگر رشته تهی باشد، در زبان این گرامر چند رشته وجود دارد که دقیقاً دارای سه پرانتز باز و حداکثر یک « $\circ$ » است؟
(مهندسی کامپیوتر - 79)

$$\begin{array}{ll} S \rightarrow F & F \rightarrow (P) & 4 \quad (1) \\ S \rightarrow (E) & H \rightarrow \circ, SH & 3 \quad (2) \\ E \rightarrow S, SH & H \rightarrow \lambda & 2 \quad (3) \\ F \rightarrow a & P \rightarrow (: F) & 1 \quad (4) \end{array}$$

28- گرامرهای زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{array}{llll} G_1 : S \rightarrow S01 & G_2 : S \rightarrow S0S & G_3 : S \rightarrow 0 & G_4 : S \rightarrow 0 \\ & & & S \rightarrow 0A \\ & S \rightarrow 1 & S \rightarrow 011A & A \rightarrow 1B \\ & & & B \rightarrow 1S \end{array}$$

(علوم کامپیوتر - 79)

گرامر مبهم است.

$$\begin{array}{llll} G_4 & (4) & G_3 & (3) & G_2 & (2) & G_1 & (1) \end{array}$$

29- زبان گرامر زیر چیست؟

(مهندسی کامپیوتر - 76)

$$\begin{aligned} G : S &\rightarrow aA \mid bB \\ A &\rightarrow bbA \mid baB \mid aS \mid b \\ B &\rightarrow abA \mid aaB \mid a \mid bS \end{aligned}$$

- 1) فقط رشته‌هایی را تولید می‌کند که در آن‌ها تعداد a ها و b ها برابر می‌باشند، مانند $aababb$.
- 2) فقط رشته‌هایی را تولید می‌کند که در آن‌ها تعداد زوجی a و تعداد زوجی b وجود دارد، مانند $aabbba$.
- 3) فقط رشته‌هایی را تولید می‌کند که از تعداد فردی a و تعداد فردی b تشکیل شده‌اند، مانند $baabab$.
- 4) فقط رشته‌هایی را تولید می‌کند که در آن‌ها تعداد a ها از تعداد b ها بیشتر است، مانند $babaa$.

30- کدام یک از گرامرهای زیر مبهم است؟ (S علامت اولیه می‌باشد و λ نشانه رشته تهی است)

(مهندسی کامپیوتر - 77)

$$\begin{aligned} (1) \quad & S \rightarrow AcA \quad A \rightarrow bA \mid \lambda \\ (2) \quad & S \rightarrow bS \mid A \quad A \rightarrow Ab \mid c \\ (3) \quad & S \rightarrow bS \mid c \mid cA \quad A \rightarrow bA \mid b \\ (4) \quad & S \rightarrow bS \mid Sb \mid c \end{aligned}$$

31- زبان L را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$L = \{w \mid w \in \{a, b\}^* \text{ و } \text{تعداد } a\text{ها حداقل به تعداد } b\text{ها است}\}$$

(مهندسی کامپیوتر - 91)

کدام گرامر مولد زبان L است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad & S \rightarrow aS \mid aSbS \mid \varepsilon \\ (2) \quad & S \rightarrow aS \mid aSb \mid \varepsilon \\ (3) \quad & S \rightarrow Sb \mid aSSb \mid a \\ (4) \quad & S \rightarrow aS \mid Sa \mid aSb \mid ab \end{aligned}$$

32- گرامر G و زبان‌های L_1 و L_2 مفروضند. ارتباط $L(G)$ با L_1 و L_2 کدام است؟ ε نشانه رشته‌ای به طول صفر است.

(مهندسی کامپیوتر - 87)

$$\begin{aligned} L_1 &= \{w \in (a+b)^* \mid \text{تعداد } a\text{های } w \text{ با } b\text{های } w \text{ برابر است}\} \\ L_2 &= \{w \in (a+b)^* \mid \text{تعداد } ab\text{های } w \text{ با } ba\text{های } w \text{ برابر است}\} \\ G : S &\rightarrow Sab \mid Sba \mid aSb \mid bSa \mid abS \mid baS \mid \varepsilon \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad & L(G) \subset L_1 \\ (2) \quad & L(G) = L_1 \\ (3) \quad & L(G) = L_1 \cup L_2 \\ (4) \quad & L(G) \supset L_2 \end{aligned}$$

33- گرامر G به شرح زیر مفروض است، $L(G)$ کدام است؟ w^R عبارت است از w که از آخر به اول خوانده شود و ε نشانه رشته‌هایی به طول صفر است.

(مهندسی کامپیوتر - 87)

$$\begin{aligned} G : \quad & S \rightarrow aA \mid bB \mid \varepsilon \\ & A \rightarrow Sa \mid \varepsilon \\ & B \rightarrow Sb \mid \varepsilon \end{aligned} \quad \begin{aligned} (1) \quad & (a+b)^* \\ (2) \quad & \{w \in (a+b)^* \mid w = w^R\} \\ (3) \quad & \{w(a+b)w^R \mid w \in (a+b)^*\} \\ (4) \quad & \{ww^R \mid w \in (a+b)^*\} \end{aligned}$$

38- گرامر مستقل از متن $G = (\Sigma, V, S, P)$ مفروض است. کدام گزینه در مورد گرامر $G' = (\Sigma, V, S, P')$ صحیح است بطوریکه

(علوم کامپیوتر - 96)

$P' = P \cup \{X \rightarrow Y \mid X, Y \in V\}$ صحیح است؟

(1) $L(G) = L(G')$ (2) (G') منظم است.

(3) $L^*(G) \subseteq L(G')$ (4) $L(G')$ نامحدود است.

39- دو گرامر زیر را در نظر بگیرید. آنگاه کدام مورد صحیح است؟

(علوم کامپیوتر - 98)

$G_1 :$ $G_2 :$

$S \rightarrow aS$ $S_1 \rightarrow L$

$S \rightarrow aSbS$ $S_1 \rightarrow U$

$S \rightarrow c$ $T \rightarrow aTbT$

$T \rightarrow c$

$U \rightarrow aS_1$

$U \rightarrow aTbU$

(1) $L(G_1) \neq L(G_2)$

(2) $L(G_1) = L(G_2)$ هر دو گرامر مبهم هستند.

(3) $L(G_1) = L(G_2)$ هر دو گرامر غیرمبهم هستند.

(4) $L(G_1) = L(G_2)$ مبهم و G_2 غیرمبهم است.

(دکتری علوم کامپیوتر - 98)

40- زبان گرامر مستقل از متن زیر کدام است؟

$S \rightarrow A \mid \lambda$

$A \rightarrow aSb \mid aA$

$B \rightarrow b$

(1) $(ab)^n$

(2) $a^n b^n$

(3) $a^n b^m, n \geq m$

(4) $(a^n b^m)^k, n \geq m$

پاسخ‌ها**فصل 5: زبان‌های مستقل از متن****تست‌های 13 الی 40**

13- گزینه (2) صحیح است.

برای گزینه 1: گرامر $S \rightarrow 0S \mid S1 \mid \lambda$. برای گزینه 3 گرامر $S \rightarrow 0S1 \mid \lambda$ برای گزینه 4 گرامر $S \rightarrow 0S1 \mid 1S0 \mid SS \mid \lambda$ را داریم. اما برای تولید $(0^* + 1^*)$ به ازای هر کدام از 0^n و 1^m به یک متغیر مجزا احتیاج داریم.

14- گزینه (3) صحیح است.

برای $m \neq n$ دو حالت داریم. یکی $m > n$ و دیگری $n > m$. پس علاوه بر متغیر شروع S ، به دو متغیر A, B برای پوشش دادن هر کدام از این دو دسته نیاز داریم. حداقل 3 متغیر لازم است.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aSb \mid A \mid B \\ A &\rightarrow aA \mid a \\ B &\rightarrow bB \mid b \end{aligned}$$
15- گزینه (1) صحیح است.

در گرامر G_1 با جانشانی $S \rightarrow xSy$ در سطر دوم و سپس با جانشانی λ به جای یکی از متغیرهای S در سطر دوم به گرامر G_2 می‌رسیم:

$G_1 : S \rightarrow xSy$	$S \rightarrow xSy$	$G_2 : S \rightarrow xSy$
$S \rightarrow SS \Rightarrow$	$S \rightarrow xSyxSy \Rightarrow$	$S \rightarrow xyxSy$
$S \rightarrow \lambda$	$S \rightarrow \lambda$	$S \rightarrow \lambda$

پس $L(G_2) \subseteq L(G_1)$. ولی رشته‌هایی مانند $xyxyxy$ توسط G_1 تولید می‌شود ولی توسط G_2 تولید نمی‌شود.

16- گزینه (2) صحیح است.

رشته‌های قابل تولید توسط این گرامر نمی‌توانند به حرف d ختم شوند. هر دو رشته داده شده به حرف d ختم شده‌اند؛ پس هیچ کدام تولید نمی‌شوند.

17- گزینه (1) صحیح است.

زبان $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ با گرامر $S_1 \rightarrow aS_1b \mid \lambda$ تولید می‌شود. پس با شروع از S و اضافه کردن $S \rightarrow SS_1 \mid \lambda$ می‌توان L^* را تولید کرد. پس گزینه 1 درست است البته به جای S_1 از A استفاده کرده است.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow SS_1 \mid \lambda \\ S_1 &\rightarrow aS_1b \mid \lambda \end{aligned}$$
18- گزینه (4) صحیح است.

متغیر C زائد است آن را حذف کنیم:

$$\begin{aligned} G : S &\rightarrow aAb \mid bBa \\ A &\rightarrow aaAb \mid ab \\ B &\rightarrow bBa \mid a \end{aligned}$$

با شروع از A داریم: $A \Rightarrow^* a^{2k+1}b^{k+1}$ و با شروع از B داریم: $B \Rightarrow^* b^na^{n+1}$ پس با شروع از S رشته‌هایی به فرم‌های $a^{2k+2}b^{k+2}$ $k \geq 0$ و $b^{n+1}a^{n+2}$ $n \geq 0$ تولید می‌شوند. دومی را به شکل b^pa^{p+1} $p \geq 1$ می‌نویسیم.

19- گزینه (3) صحیح است.

$k \leq \max(i, j)$ اگر و تنها اگر $k \leq i$ یا $k \leq j$. پس L اجتماع دو زبان است:

$$L = \underbrace{\{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 1, k \leq i\}}_{L_1} \cup \underbrace{\{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 1, k \leq j\}}_{L_2}$$

می‌دانیم L_1 و L_2 مستقل از متن هستند پس اجتماع آنها، L مستقل از متن است. در ضمن برای هر زبان $L \subseteq \Sigma^*$ یک ماشین قطعی پذیرنده نامتناهی وجود دارد.

20- گزینه (3) صحیح است.

گرامرهای داده شده همه معادلند و رشته‌های خوش ساخت با پرانتزها را می‌سازند. گرامر G مستقل از متن است؛ پس $L(G)$ مستقل از متن است. اما چون در این رشته‌ها تعداد پرانتزهای باز و بسته برابر است؛ پذیرنده متناهی، توان محاسبه آن را ندارد و $L(G)$ منظم نیست.

21- گزینه (3) صحیح است.

اگر L زبان مستقل از متن $L = \{a^{3n} b^{3n} : n \geq 1\}$ باشد $L = \{a^{2n} b^{2n} : n \geq 1\}$ زبانی نامنظم است؛ پس گزینه ۱ نادرست است. اگر $L = \{www : w \in \{a, b\}^*\}$ باشد، $L = \{ww : w \in \{a, b\}^*\}$ است که مستقل از متن نیست؛ پس گزینه ۲ نادرست است. اگر L زبان منظم $L = \{a^n b^m c^k \mid n, m, k \geq 1\}$ باشد رشته‌های عضو L متنوع هستند اما آن دسته از اعضای L که الفبای b ندارند به شکل $a^n c^n$ هستند. به عبارتی: $L \cap L(a^* c^*) = \{a^n c^n \mid n \geq 1\}$ از همین تساوی معلوم است که L نامنظم است زیرا اگر L منظم بود اشتراک آن با $L(a^* c^*)$ نیز باید منظم می‌بود که نیست. پس گزینه ۴ نیز نادرست است.

22- گزینه (4) صحیح است.

گرامر G منظم است پس زبان $L(G)$ منظم است. پس گزینه ۴ نادرست است.

$$G' : S \rightarrow 01S \mid 1S \mid 01$$

با استفاده از جانشانی‌ها، گرامر G' را معادل با G به دست می‌آوریم:

پس $L(G) = L(G') = (01+1)^* 01$. در این گرامر با تولید هر 0 حتماً یک 1 نیز تولید می‌شود؛ اما الفبای 1 می‌تواند بدون همراهی 0 نیز اضافه شود. پس در رشته‌های تولیدی تعداد 1ها بیشتر یا مساوی 0ها است. همچنین تمام رشته‌های تولید شده به 01 ختم می‌شوند یعنی به فرم $w01$ هستند.

توجه: گزینه ۲ نمی‌گوید همه رشته‌های به فرم $w01$ تولید می‌شوند بلکه می‌گوید همه رشته‌های تولید شده به فرم $w01$ هستند. پس جمله درستی است. (برخی منابع به غلط این گزینه را هم جمله نادرست دانسته‌اند).

23- گزینه (1) صحیح است.

زبان گرامر داده شده تمامی رشته‌های متشکل از 0 و 1 می‌باشد؛ بنابراین جواب گزینه 1 است.

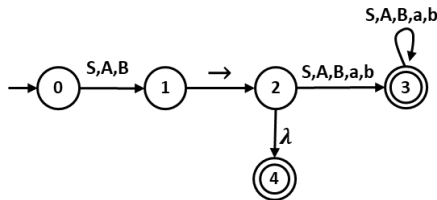
24- گزینه (2) صحیح است.

$L(G_1)$ برابر $\{x^m y^n z^n : m, n \geq 0\}$ و $L(G_2)$ برابر $\{x^m y^m z^n : m, n \geq 0\}$ است؛ بنابراین $L(G_1) \cap L(G_2)$ برابر $\{x^n y^n z^n : n \geq 0\}$ است.

25- گزینه (1) صحیح است.

قواعد تولید گرامرهای مستقل از متن، رشته‌هایی هستند به فرم $A \rightarrow \alpha$ هستند که $A \in V$ و $\alpha \in (V+T)^*$. پس مجموعه همه قواعد تولید گرامرهای مستقل از متن، با عبارت منظم $r = V \cdot \{\rightarrow\} \cdot (V+T)^*$ قابل توصیف است پس یک زبان منظم است.

اگر مجموعه متغیرها $V = \{S, A, B\}$ و مجموعه الفبا $\{a, b\}$ باشد. ماشین متناهی مقابل دقیقاً قواعد تولید گرامرهای مستقل از متن را می‌پذیرد:

**26- گزینه (3) صحیح است.**

با شروع از S و از طریق متغیر A رشته‌های $\{a^k b^k \mid k \geq 2\}$ و از طریق متغیر B رشته‌های $\{a^k b^{2k} \mid k \geq 2\}$ تولید می‌شوند.

27- گزینه (3) صحیح است.

با استفاده از قانون جایگزینی، گرامر را به گرامری معادل تبدیل کنیم:

$$S \rightarrow (S, SH) \mid F$$

$$F \rightarrow ((: F)) \mid a$$

$$H \rightarrow , SH \mid \lambda$$

تنها رشته‌هایی که می‌توانند از نماد شروع گرامر فوق مشتق شوند و دارای سه پرانتز باز و حداکثر یک (,) باشند عبارتند از:

$$S \Rightarrow (S, SH) \xRightarrow{*} (F, FH) \xRightarrow{*} (a, ((: F))H) \xRightarrow{*} (a, ((: a)))$$

$$S \Rightarrow (S, SH) \xRightarrow{*} (F, FH) \xRightarrow{*} (((: F)), FH) \xRightarrow{*} (((: a)), aH) \Rightarrow (((: a)), a)$$

تعداد این رشته‌ها دو تا است.

28- گزینه (2) صحیح است.

در گرامر G_2 ، برای رشته 10101 دو اشتقاق چپ متفاوت به این صورت داریم:

$$S \Rightarrow S0S \Rightarrow 10S \Rightarrow 10S0S \Rightarrow 1010S \Rightarrow 10101$$

$$S \Rightarrow S0S \Rightarrow S0S0S \Rightarrow 10S0S \Rightarrow 1010S \Rightarrow 10101$$

پس گرامر G_2 مبهم است.

29- گزینه (3) صحیح است.

$$S \Rightarrow aA \Rightarrow ab^2A \Rightarrow ab^3$$

به یکی از تولیدات گرامر توجه کنید: پس گزینه‌های 1، 2 و 4 نادرستند.

30- گزینه (4) صحیح است.

در گزینه 4 برای رشته‌ای مانند $bc b$ می‌توان دو اشتقاق چپ متفاوت به صورت زیر یافت:

$$S \Rightarrow bS \Rightarrow bSb \Rightarrow bcb$$

$$S \Rightarrow Sb \Rightarrow bSb \Rightarrow bcb$$

31- گزینه (1) صحیح است.

گرامر گزینه‌های 2 و 4 تمامی رشته‌های زبان L مانند $ababab$ را تولید نمی‌کنند؛ پس این گزینه‌ها رد می‌شوند. گرامر گزینه 3 رشته‌هایی مانند ab^4 را تولید می‌کند که به زبان L تعلق ندارد؛ پس گزینه 3 نیز رد می‌شود. اما گرامر گزینه 1 تمامی رشته‌های زبان L را تولید می‌کند و زبان این گرامر با زبان L برابر است؛ پس گزینه 1 صحیح است.

32- گزینه (1) صحیح است.

در همه رشته‌های $L(G)$ تعداد a و b مساوی اند اما گرامر G همه رشته‌های دارای تعداد مساوی a و b را تولید نمی‌کند، مثلاً رشته $aabbbbbaa$ توسط این گرامر تولید نمی‌شود؛ پس گزینه 2 رد می‌شود. رشته‌هایی مانند ab توسط گرامر G تولید می‌شود که در آن تعداد زیررشته‌های ab و ba برابر نیست. رشته $aabbbbbaa$ به L_2 تعلق دارد در حالی که توسط گرامر G تولید نمی‌شود؛ پس گزینه 3 و 4 نیز نادرست هستند.

33- گزینه (2) صحیح است.

گرامر G تمامی رشته‌هایی که به شکل متقارن هستند را تولید می‌کند؛ بنابراین گزینه 2 صحیح است. این گرامر را می‌توان با جایگزینی قواعد غیرپایانه‌های A و B به شکل زیر نیز بازنویسی کرد، در حالی که $\hat{G}$ معادل است:

$$\hat{G} : S \rightarrow aSa \mid bSb \mid a \mid b \mid \lambda$$

34- گزینه (3) صحیح است.

گرامر G_1 رشته‌های روی الفبای a و b که تعداد a و b با هم برابر است را تولید می‌کند و در هر پیشوندی از این رشته‌ها تعداد a ها بزرگ‌تر مساوی تعداد b ها است؛ پس G_1 تمامی رشته‌ها با تعداد مساوی a و b را تولید نمی‌کند. بنابراین $L(G_1)$ زیرمجموعه محض L_1 است و در نتیجه گزینه‌های 1 و 4 نادرست است. در زبان L_2 رشته‌هایی می‌توان تولید کرد که تعداد a و b آن‌ها برابر نباشد، پس گزینه 2 نیز نادرست است؛ بنابراین گزینه 3 صحیح است.

35- گزینه (1) صحیح است.

$T \cup Y$ برابر زبان ذاتاً مبهم $\{a^n b^m c^m : n, m \geq 0\} \cup \{a^n b^n c^m : n, m \geq 0\}$ است؛ پس گزینه 1 صحیح است.

36- گزینه (2) صحیح است.

در سؤال صحبتی از مجموعه متغیرهای گرامرها نشده است اگر این دو مجموعه جدا از هم باشد، گزینه 1 صحیح است اما در حالت کلی اگر متغیرهای موجود در دو گرامر با هم همپوشانی داشته باشند، ممکن است G رشته‌های بیشتری را پوشش دهد. برای مثال:

$$G_1 : \quad G_2 :$$

$$S_1 \rightarrow aA \quad S_2 \rightarrow bA$$

$$A \rightarrow a \quad A \rightarrow b$$

گرامر اول $\{aa\}$ و گرامر دوم $\{bb\}$ را تولید می‌کند. در حالیکه زبان گرامر G برابر $\{aa, bb, ab, ba\}$ است.

بالا مجموعه اجتماع دو زبان است. $L(G_1) \cup L(G_2) \subseteq L(G)$.

37- گزینه (2) صحیح است.

گرامر معادل این زبان عبارتست از: $S \rightarrow 001S | S11 | \lambda$ و معادل ماشین داده شده در گزینه 2 است.
 گزینه 1 نادرست است. زیرا رشته 11001 توسط این گرامر تولید می‌شود که متعلق به زبان بازگشتی داده شده نیست.
 گزینه 3 نادرست است. زیرا رشته 11001 توسط این اتوماتون تولید می‌شود که متعلق به زبان بازگشتی داده شده نیست.
 گزینه 4 نادرست است. زیرا رشته 1111 توسط این گرامر تولید می‌شود که متعلق به زبان بازگشتی داده شده نیست.

38- گزینه (3) صحیح است.

اگر برای هر جفت از متغیرهای $X, Y \in V$ قاعده $X \rightarrow Y$ را داشته باشیم، منجر به وجود دورهای بیشتر در گراف وابستگی متغیرها خواهد شد و رشته‌های بیشتری تولید می‌شوند. مثلاً در گرامر $S \rightarrow aA, A \rightarrow b$ با افزودن $S \rightarrow A$ رشته b نیز تولید خواهد شد. بنابراین گزینه 1 نادرست است.

اما باعث منظم شدن زبان گرامر حاصل نخواهد شد (مثلاً در گرامر $S \rightarrow aSb | \lambda$) پس گزینه 2 هم نادرست است.
 گرامر حاصل می‌تواند $L^*(G)$ را تولید کند اما ممکن است رشته‌هایی که تولید می‌شود فراتر از $L^*(G)$ هم باشند به عنوان نمونه گرامر زیر را در نظر بگیرید:

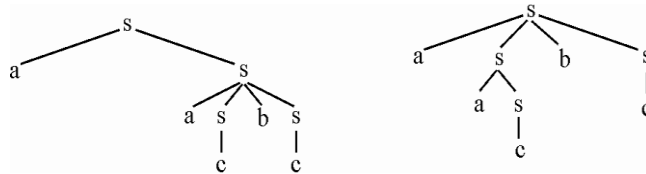
$$S \rightarrow aS | bA$$

$$A \rightarrow cA | c$$

زبان این گرامر a^*bc^+ حال با افزودن $S \rightarrow A$ و $A \rightarrow S$ به این گرامر c هم تولید می‌شود که $c \notin L^*(G)$ بنابراین $L^*(G) \subseteq L(G')$.

39- گزینه (4) صحیح است.

گرامر G_1 مبهم است زیرا برای $w = aacbc$ دو درخت اشتقاق وجود دارد:



این مجموعه قواعد از گرامرها با هم معادلند:

$$\begin{aligned} G_1 & \equiv G_2 \\ \begin{cases} S \rightarrow aS \\ S \rightarrow aSbS \\ S \rightarrow c \end{cases} & \equiv \begin{cases} S_1 \rightarrow U \\ U \rightarrow aS_1 \\ S_1 \rightarrow T \\ T \rightarrow aTbT \\ T \rightarrow c \end{cases} \end{aligned}$$

در گرامر G_2 جهت امکان استفاده از aS بعد از b در $aSbS$ قاعده $U \rightarrow aTbU$ اضافه شده است تا با $U \rightarrow aS_1$ این امکان فراهم شود و بنابراین دو گرامر با هم معادل هستند.

40- گزینه (3) صحیح است.

متغیر B در سمت راست هیچ قاعده‌ای ظاهر نشده پس قاعده $B \rightarrow b$ زائد است. این گرامر رشته‌های به فرم $a^m a^k b^m$ را تولید می‌کند به عبارتی:

$$L(G) = \{a^m a^k b^m : k \geq 0\} = \{a^{m+k} b^m : k \geq 0\} = \{a^n b^m : n \geq m\}$$

پروز و سربلند باشید.
پایان جلسه دهم نکته و تست